

CORRIGÉ

Exercice 26 : Intérêts simples et intérêts composés

TABLE 1 – INDICATEURS ÉCONOMIQUES DU CAFÉ SAINT-GERMAIS ENTRE 2013 ET 2015 (EN EUROS).

Années	Chiffre d'affaire	Total des charges de l'entreprise	Capitaux investis
2013	40000	30000	35000
2014	60000	45000	35000
2015	75500	57000	40000

1. Représenter graphiquement sur un repère semi-logarithmique l'évolution du chiffre d'affaire (CA), des charges et des capitaux investis.

FIGURE 1 – CA, CHARGES ET CAPITAUX INVESTIS (REPÈRE À L'UNITÉ).

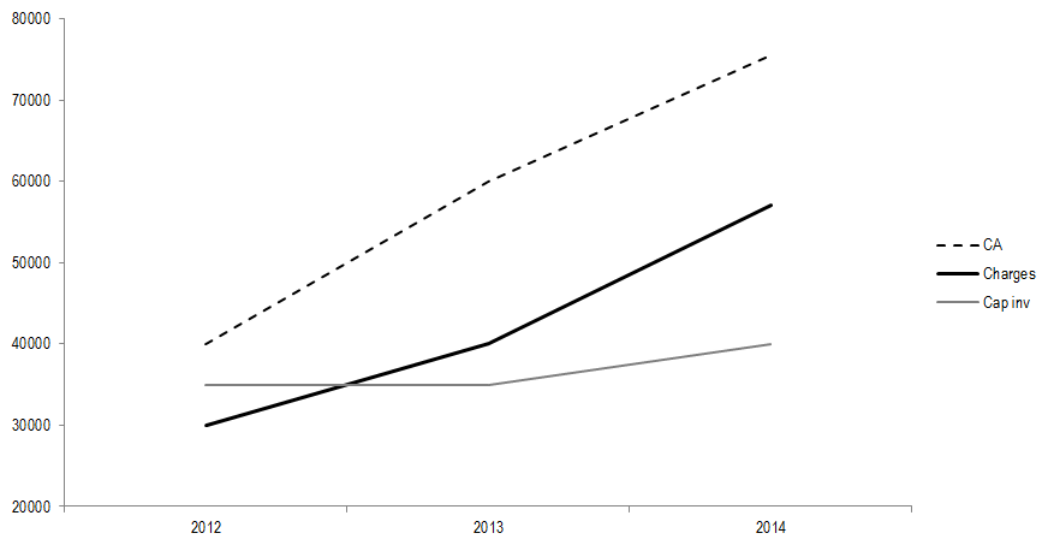
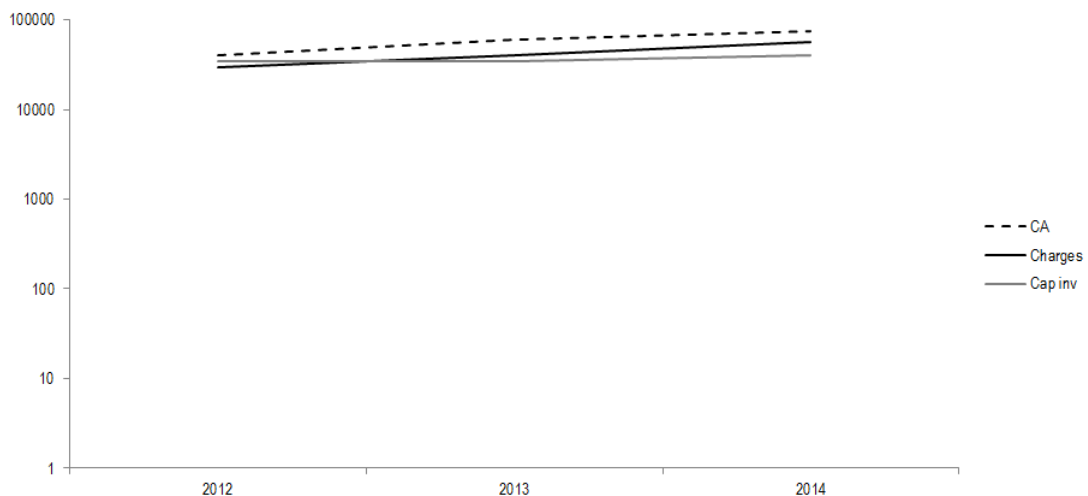


FIGURE 2 – CA, CHARGES ET CAPITAUX INVESTIS (REPÈRE SEMI-LOGARITHMIQUE).



2. Calculer le taux de croissance de l'excédent brut d'exploitation (EBE) entre 2013 et 2015.

Nous savons que l'excédent brut d'exploitation (EBE) correspond au profit brut, c'est-à-dire le chiffre d'affaire sans les charges. Ainsi :

EBE
10000
15000
18500

Ainsi :

$$r_{2013/2015} = \frac{V_{2015}}{V_{2013}} - 1$$

$$r_{2013/2015} = \frac{18500}{10000} - 1$$

$$r_{2013/2015} = 0,85 \rightarrow \mathbf{85\%}$$

Le propriétaire du Café a réalisé un profit brut de 18 500 euros en 2015. Il hésite entre placer ce capital bloqué pendant 6 ans au taux de 5,5% l'an selon la méthode des intérêts simples, ou placer ce même capital pendant 6 ans au taux de 5,5% l'an selon la méthode des intérêts composés.

3. Quelle est la valeur capitalisée et le montant des intérêts acquis dans les deux cas ?

Dans un premier temps, qu'est-ce que l'intérêt ?

“L'intérêt est un revenu. Il s'agit de la rémunération du capital (investi, placé ou prêté) pour une certaine durée. Cette rémunération versée par le débiteur (celui qui a une dette envers son créancier) représente un pourcentage du capital prêté appelé taux d'intérêt”.

Un capital noté C_0 , placé pendant une période au d'intérêt i par période, produit l'intérêt $I_n = C_0 * i$. Si ce capital est placé pendant n périodes ($n \geq 2$), il produit un intérêt I_n qui dépend de la convention adoptée.

Ainsi, nous avons :

- La période n
- Le capital (la somme placée ou prêtée) C_0
- L'intérêt qui est la somme reçue comme rémunération du prêt I_n
- Le taux d'intérêt qui est la valeur relative de cette somme par rapport au capital i
- Le capital généré au terme des différentes périodes C_n

(a) Intérêts simples :

Un capital produit des intérêts simples si les intérêts sont uniquement calculés sur le capital. Ainsi :
 $I_n = n * C_0 * i$ pour $n = 0, 1, 2, \dots$

Ainsi, pour tout $n \geq 0$, la différence $I_{n+1} - I_n$ est égale à $C_0 * i$, elle est donc indépendante de n . En définitive, I_n est une **suite arithmétique** de raison $C_0 * i$ et de premier terme $I_0 = 0$.

Au terme de n périodes, la valeur acquise par le capital C_0 est : $C_n = C_0 + I_n = C_0(1 + n * i) = C_0 + n * C_0 * i$.

Ainsi, pour le café Saint-Germais :

$$I = C_0 * i = 18500 * 0,055 = 1017,5$$

$$I_n = 1017,5 * 6 = \mathbf{6105}$$

$$C_n = C_0 + I_n = 18500 + 6105 = \mathbf{24605}$$

Ou encore (plus facilement) :

$$C_n = C_0 * (1 + n * i) = 18500 * (1 + 6 * 0,055) = \mathbf{24605}$$

(b) Intérêts composés :

Un capital produit des intérêts composés si, à la fin de chaque période, les intérêts générés sont ajoutés au capital pour produire de nouveau intérêts. Les intérêts sont alors capitalisés. Nous avons donc : $C_n = C_0 * (1 + i)^n$.

Ainsi, pour tout $n \geq 0$, le quotient C_{n+1}/C_n est égal à $(1 + i)$; il est indépendant de n . Donc, C_n est une **suite géométrique** de raison $(1 + i)$ et de premier terme C_0 .

Dans le cas du café Saint-Germais :

$$C_n = C_0 * (1 + i)^n$$

$$C_6 = 18500 * (1,055)^6 = \mathbf{25508,59}$$

4. Quels sont les taux d'intérêt mensuels proportionnels et équivalents ?

(a) Taux d'intérêts équivalents :

“Le taux équivalent est un taux qui donne le même résultat que le taux annuel lorsqu’il est appliqué à un calcul d’intérêts composés sur toutes les périodes de l’année. Deux taux sont dits équivalents si, pour un placement initial identique sur un même intervalle de temps (année complète par exemple), les valeurs acquises par le placement initial calculées aux deux taux sont égales”. Ainsi :

$$(1 + i_e)^{12} = (1 + i)^{n=1}$$

$$(1 + i_e) = (1 + i)^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{(1 + i)}$$

$$i_e = ((1 + i)^{\frac{1}{12}}) - 1 = \sqrt[12]{(1 + i)} - 1$$

$$i_e = (1 + 0,055)^{\frac{1}{12}} - 1 = \sqrt[12]{(1,055)} - 1$$

$$i_e = (0,055)^{0,0833} - 1 \approx 0,000447 \rightarrow \mathbf{0,0447\%}$$

(b) Taux d'intérêts proportionnels :

“Le taux périodique est un taux proportionnel si ce taux appliqué à un calcul d’intérêts simples sur toutes les périodes de l’année donne le même résultat que le taux annuel”. Ainsi :

$$i_p = \frac{0,055}{12} = 0,00458 \rightarrow \mathbf{0,0458\%}$$

5. Vous l'aidez à prendre une décision financière et économique.