

# CORRIGÉ

## Exercice 18 : Tendence par la méthode des MCO

TABLE 1 – NOMBRE DE VOYAGEURS SNCF TRANSITANT PAR LA GARE DU NORD (EN MILLIONS).

Années	Trimestres			
	T1	T2	T3	T4
<b>2010</b>	50	10	80	20
<b>2011</b>	53	12	85	19
<b>2012</b>	55	15	84	25
<b>2013</b>	58	18	87	27
<b>2014</b>	60	20	90	30

Source : Inspiré par l'Observatoire de la mobilité en Île-de-France.

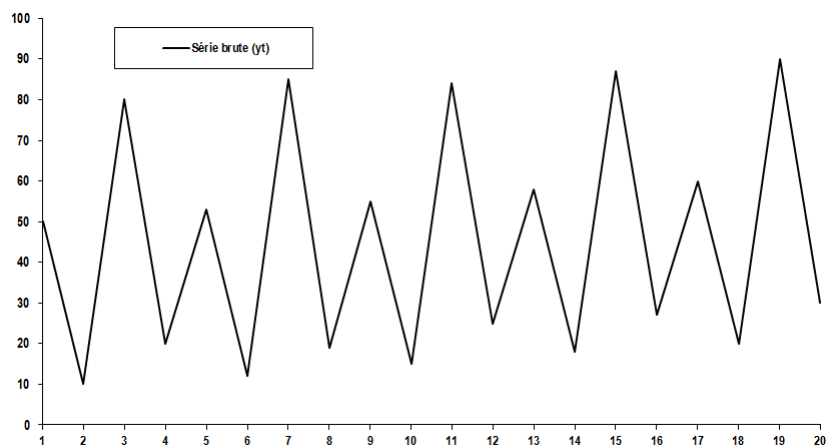
### 1. S'agit-il d'une variable de stock ou de flux ? Expliquer votre réponse.

- (a) Une variable de **stock** est représentative d'une quantité, observée durant une période donnée, appelée  $t$ .
- (b) Une variable de **flux** est représentative de la variation d'une quantité (consommée ou produite) durant une période donnée  $t$ .

Ici, nous observons un nombre de voyageurs correspondant à une quantité trimestrielle, il s'agit donc d'une variable de stock.

### 2. Représenter graphiquement cette série temporelle.

FIGURE 1 – NOMBRE DE VOYAGEURS SNCF TRANSITANT PAR LA GARE DU NORD.



### 3. Présenter les différentes composantes propres à une série chronologique.

On appelle série chronologique ou temporelle, une suite d'observations chiffrées et ordonnées dans le temps. On note habituellement la variable étudiée  $y$ , représentée en ordonnées sur le graphique précédent, le temps  $t$  en période étant en abscisses.

La série chronologique est donc un croisement entre deux variables quantitatives dont une est spécifique, puisqu'il s'agit du temps. Il y a donc une liaison fonctionnelle entre  $y$  et  $t$ . Ainsi :

$$y_t = f(t)$$

D'un point de vue plus systématique, une série temporelle contient 4 grands éléments :

- (a)  $y_t$  : la série brute, celle qui nous est présentée (les valeurs de notre série temporelle)
- (b)  $f_t$  : le trend (la tendance) schématise la tendance générale du phénomène étudié. La tendance de fond, on peut l'estimer en fonction de la forme prise par les données.
- (c)  $S_t$  : fluctuations régulières, de même nature, se répétant de période en période.
- (d)  $\varepsilon_t$  : terme d'erreur, mouvements perturbateurs, irréguliers, impondérables.

En définitive, ces composantes s'exprime sous deux formes dépendantes l'évolution dans la série dans le temps : le modèle additif (suite arithmétique) ou le modèle multiplicatif (suite géométrique).

$$y_t = f_t + S_t + \varepsilon_t$$

$$y_t = f_t * S_t * \varepsilon_t$$

#### 4. Déterminer graphiquement quel modèle résume le mieux la série temporelle présentée par le tableau 1.

Le choix du modèle appartient à l'utilisateur. Dans un modèle multiplicatif, graphiquement, les amplitudes des variations saisonnières sont croissantes ou décroissantes dans le temps (suite géométrique). Dans le cas du modèle additif, graphiquement, les amplitudes des variations saisonnières sont constantes dans le temps.

Ici, les variations semblent constantes d'une période sur l'autre : le modèle est donc additif :

$$y_t = f_t + S_t + \varepsilon_t$$

#### 5. Estimer la tendance de cette série par la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO).

Il s'agit de déterminer le trend par la méthode des MCO, il s'agit donc de résumer les variations de la série temporelle à l'aide d'une droite d'ajustement linéaire. Autrement dit nous devons déterminer la droite qui minimise les distances au carré entre les points et la droite de régression linéaire (conf. exercice 7). On sait donc que :

$$f_t = \alpha t + \beta$$

Toutefois, ici plusieurs particularités dans le calcul de  $\alpha$  :

$$\alpha = \frac{\sum y_t t - n \bar{t} \bar{y}}{\sum t^2 - n \bar{t}^2}$$

$$\beta = \bar{y} - \alpha \bar{t}$$

Avec :

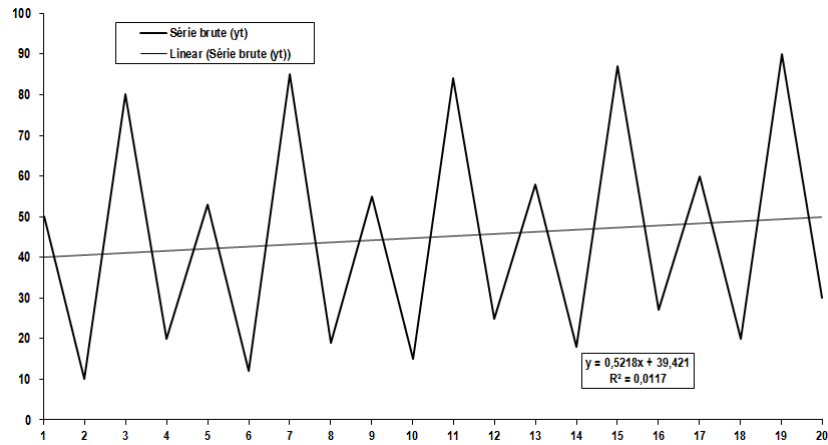
$$\sum t = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\bar{t} = \frac{1}{n} \sum t$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_t$$

**6. Représenter la droite d'ajustement sur le graphique précédent.**

FIGURE 2 – NOMBRE DE VOYAGEURS SNCF TRANSITANT PAR LA GARE DU NORD, AVEC LE TREND (MCO).



Corrigé [en ligne le 23/11/2016]

[001C]