

# CORRIGÉ

## Exercice 12 : Taux de croissance et coefficient multiplicateur

### Exercice 1 Démographie et urbanisation dans les métropoles colombiennes

---

TABLE 1 – POPULATION URBAINE (EN MILLIERS D'HABITANTS) AU SEIN DES TROIS PLUS GRANDES MÉTROPOLIS COLOMBIENNES ENTRE 1990 ET 2010.

	1990	1995	2000	2005	2010
<b>Bogota</b>	4934	5684	6287	6824	7347
<b>Medellin</b>	3111	3499	3935	4324	4688
<b>Cali</b>	2811	3133	3376	3593	3811

Source : Departamento Administrativo Nacional de Estadísticas, 2014.

#### 1. Calculer et interpréter les taux de croissance de la population urbaine à Medellin entre :

- (a) 1990 et 1995
- (b) 1995 et 2000
- (c) 2000 et 2010

Le taux de croissance  $r$  décrit une évolution d'une valeur dans le temps, il s'agit d'une variation relative :

$$\frac{V_t - V_0}{V_0} = \frac{V_t}{V_0} - \frac{V_0}{V_0} = \frac{V_t}{V_0} - 1 = r$$

Ainsi, pour Medellin :

- (a)  $\frac{V_{1995}}{V_{1990}} - 1 = \frac{3499}{3111} - 1 = \mathbf{0,1247}$ . On observe donc une augmentation de 12,47% de la population urbaine à Medellin entre 1990 et 1995.
- (b)  $\frac{V_{2000}}{V_{1995}} - 1 = \frac{3935}{3499} - 1 = \mathbf{0,1246}$ . On observe donc une augmentation de 12,46% de la population urbaine à Medellin entre 1995 et 2000.
- (c)  $\frac{V_{2010}}{V_{2000}} - 1 = \frac{4688}{3935} - 1 = \mathbf{0,1914}$ . On observe donc une augmentation de 19,14% de la population urbaine à Medellin entre 2000 et 2010.

Une autre façon était de calculer cette valeur à l'aide des coefficients multiplicateurs (valeur par laquelle on multiplie la valeur de départ  $V_0$  pour déterminer la valeur d'arrivée  $V_t$ ) :

$$V_0 \cdot cm = V_t \rightarrow \frac{V_t}{V_0} = cm = 1 + r$$

Donc :

$$cm_{2010/2000} = \frac{4688}{3935} = \mathbf{1,1914}$$

Or, nous savons que :  $r = cm - 1$ , nous retrouvons bien 19,14%.

Par ailleurs, le produit des  $cm$  est équivalent :

$$cm_{2010/2000} = cm_{2005/2000} * cm_{2010/2005} = \frac{4324}{3935} * \frac{4688}{4324} = 1,0989 * 1,0842 = \mathbf{1,1914}$$

## 2. Calculer, interpréter et comparer les taux de croissance globaux de la population urbaine à Bogota, Medellin et Cali (entre 1990 et 2010).

Pour calculer les différents taux de croissance globaux (R), on applique la même technique que précédemment :

$$(\Pi cm) - 1$$

(a) Pour Bogota :

$$R_{2010/1990}^{Bogota} = \frac{V_{2010}}{V_{1990}} - 1 = (cm_{1995/1990} * cm_{2000/1995} * cm_{2005/2000} * cm_{2010/2005}) - 1$$

$$R_{2010/1990}^{Bogota} = \frac{7347}{4934} - 1 = (1,1520 * 1,1061 * 1,0854 * 1,0766) - 1 = \mathbf{0,4891}$$

Globalement, entre 1990 et 2010, la population de Bogota a augmenté de 48,91%.

(b) Pour Medellin :

$$R_{2010/1990}^{Medellin} = \frac{V_{2010}}{V_{1990}} - 1 = (cm_{1995/1990} * cm_{2000/1995} * cm_{2005/2000} * cm_{2010/2005}) - 1$$

$$R_{2010/1990}^{Medellin} = \frac{4688}{3111} - 1 = (1,1247 * 1,1246 * 1,0989 * 1,0842) - 1 = \mathbf{0,5069}$$

Globalement, entre 1990 et 2010, la population de Medellin a augmenté de 50,69%.

(c) Pour Cali :

$$R_{2010/1990}^{Cali} = \frac{V_{2010}}{V_{1990}} - 1 = (cm_{1995/1990} * cm_{2000/1995} * cm_{2005/2000} * cm_{2010/2005}) - 1$$

$$R_{2010/1990}^{Cali} = \frac{3811}{2811} - 1 = (1,1146 * 1,0776 * 1,0643 * 1,0607) - 1 = \mathbf{0,3557}$$

Globalement, entre 1990 et 2010, la population de Cali a augmenté de 35,57%.

Ainsi, sur la période 1990-2010, la croissance relative de la population de Medellin a été plus forte qu'à Bogota et à Cali.

## 3. Calculer et interpréter le taux de croissance annuel moyen de la population urbaine dans chacune des trois villes entre 1990 et 2010.

Nous savons que le calcul du taux de croissance moyen (TCM) correspond à une moyenne géométrique (conf. TD de L1 AES), autrement dit :  $\sqrt[n]{\frac{V_t}{V_0}} - 1 = [\frac{V_t}{V_0}]^{\frac{1}{n}} - 1 = [cm_{t/0}]^{\frac{1}{n}} - 1 = (\Pi cm_{t/0})^{1/n} - 1 = [cm_0 * cm_1 * cm_2 * \dots * cm_t]^{\frac{1}{n}} - 1$  (avec  $n$  les nombre d'années concernées). Ainsi :

(a) Pour Bogota :

$$TCAM_{2010/1990}^{Bogota} = \sqrt[21]{\frac{7347}{4934}} - 1 = \sqrt[21]{1,4891} - 1 = \sqrt[21]{1,1520 * 1,1061 * 1,0854 * 1,0766} - 1 = \mathbf{0,0191}$$

En moyenne, entre 1990 et 2010, la population de Bogota a cru de 1,91% par an.

(b) Pour Medellin :

$$TCAM_{2010/1990}^{Medellin} = \sqrt[21]{\frac{4688}{3111}} - 1 = \sqrt[21]{1,5069} - 1 = \sqrt[21]{1,1247 * 1,1246 * 1,0989 * 1,0842} - 1 = \mathbf{0,0197}$$

En moyenne, entre 1990 et 2010, la population de Medellin a cru de 1,97% par an.

(c) Pour Cali :

$$TCAM_{2010/1990}^{Cali} = \sqrt[21]{\frac{3811}{2811}} - 1 = \sqrt[21]{1,3557} - 1 = \sqrt[21]{1,1146 * 1,0776 * 1,0643 * 1,0607} - 1 = \mathbf{0,0146}$$

En moyenne, entre 1990 et 2010, la population de Cali a cru de 1,46% par an.

#### 4. Comparer-les.

La croissance urbaine a ainsi été en moyenne plus importante à Medellin qu'à Bogota ou Cali. En valeur désormais, il est intéressant de noter que 1,91% de croissance par an à Bogota revient à une augmentation de près de 100 000 habitants en 1990, mais 150 000 la dernière ! A Medellin l'augmentation n'était que de 65 000 personnes en 1990 contre 100 000 en 2010.

#### 5. En conservant les taux de croissance annuels moyens déterminés à la question précédente, combien de temps faudra-t-il pour que :

(a) **Bogota atteigne 10 millions d'habitants**

(b) **Cali atteigne 7 millions d'habitants**

(c) **La population de Medellin soit doublée**

Tout en sachant que :

i. **Bogota comptait 7,5 millions d'habitants en 2011**

ii. **Medellin comptait 4,8 millions d'habitants en 2011**

iii. **Cali comptait 4,05 millions en 2011**

Nous savons que  $TCM = \sqrt[n]{\frac{V_t}{V_0}} - 1$ , donc :  $\frac{V_t}{V_0} = (1 + TCM)^n$ . On a donc :

(a) Pour Bogota (nous savons que le  $TCAM = 0,0191$ , que  $V_t = 10000$ , et que  $V_0 = 7500$ ). Nous devons déterminer  $n$  :

$$\begin{aligned} (1 + 0,0191)^n &= \frac{10000}{7500} \\ n \ln(1 + 0,0191) &= \ln \frac{4}{3} \\ n &= \frac{\ln(\frac{4}{3})}{\ln(1,0191)} \\ n &= \frac{0,285}{0,0189} \\ n &= 15,07 \approx \mathbf{15} \end{aligned}$$

En conservant le rythme du taux de croissance moyen de la population urbaine entre 1990 et 2010, il ne faudra donc pas plus de 15 ans pour que Bogota atteigne 10 millions d'habitants (en 2026).

- (b) Pour Cali (nous savons que le  $TCAM = 0,0146$ , que  $V_t = 7000$ , et que  $V_0 = 4800$ ). Nous devons déterminer  $n$  :

$$\begin{aligned}(1 + 0,0146)^n &= \frac{7000}{4800} \\ n \ln(1 + 0,0146) &= \ln(1,4583) \\ n &= \frac{\ln(1,4583)}{\ln(1,0146)} \\ n &= \frac{0,3472}{0,0145} \\ n &= 37,74 \approx \mathbf{37,75}\end{aligned}$$

En conservant le rythme du taux de croissance moyen de la population urbaine entre 1990 et 2010, il faudra donc près de 37 ans et 9 mois pour que Cali atteigne 7 millions d'habitants (en 2048).

- (c) Pour Medellin (nous savons que le  $TCAM = 0,0197$ , que  $V_t$  soit doublée, et que  $V_0 = 4800$ ). Nous devons déterminer  $n$  :

$$\begin{aligned}(1 + 0,0197)^n &= \frac{(2 * 4800)}{4800} \\ n \ln(1 + 0,0197) &= \ln \frac{2}{1} \\ n \ln(1 + 0,0197) &= \ln 2 \\ n &= \frac{\ln 2}{\ln(1,0197)} \\ n &= \frac{0,6931}{0,0195} \\ n &= 35,54 \approx \mathbf{35,5}\end{aligned}$$

En conservant le rythme du taux de croissance moyen de la population urbaine entre 1990 et 2010, il faudra donc près de 35 ans et 6 mois pour que Medellin double son nombre d'habitants (en 2046).