

Consigne générale : justifiez tous les calculs et interprétez tous les résultats

---

TABLEAU 1. SALAIRE ANNUEL NET DES 1500 EMPLOYÉS TRAVAILLANT SUR LES SITES DE PRODUCTION LOCALISÉS EN FRANCE POUR UNE GRANDE ENTREPRISE EUROPÉENNE.

Salaire net annuel (en milliers d'euros)	$n_i$ (en centaines)
$[0 ; 10[$	10
$[10 ; 30[$	$n_2$
$[30 ; 70[$	2

- 1) Sachant que sur les sites localisés en France le salaire moyen des employés de l'entreprise était de 14000 euros, **démontrez** que  $n$  est égal à 1500 et **retrouvez**  $n_2$ .
- 2) Représentez graphiquement cette distribution statistique et déterminez le mode.
- 3) Quel est le salaire médian ? Interprétez.
- 4) Dans le cadre de son plan de mobilité nationale, l'entreprise met en place une prime de 3000 euros par an pour les cadres qui souhaiteraient changer de site de production en France. La direction vous précise que les employés bénéficient du statut de cadre lorsque leur salaire net annuel est supérieur à 36000 euros. Combien de salariés peuvent prétendre à cette prime à la mobilité ?
- 5) Après une longue négociation menée par certains syndicats de travailleurs avec la direction, une prime de précarité de 950 euros par an a été accordée aux 15% de salariés ayant les salaires les plus faibles. Quel est le salaire annuel net en deçà duquel les salariés les plus vulnérables pourront obtenir cette prime ?
- 6) Quelle est la dispersion des salaires annuels nets pour ces employés ?
- 7) L'entreprise a également des salariés répartis sur des sites de production en Allemagne. Nous savons que 1000 salariés travaillent dans ce pays, que leur salaire annuel net moyen est de 20000 euros et que leur variance est de 292,5 centaines de milliers d'euros au carré. La distribution des salaires est-elle plus dispersée en France ou en Allemagne ?

8) La dispersion globale des salaires dans l'entreprise est-elle due à la dispersion des salaires parmi les travailleurs de chaque pays ou entre les travailleurs des différents pays ?

9) Afin de comparer la forme prise par la distribution des salaires en France et en Allemagne, la direction vous demande d'analyser les résultats suivants :

$$S_p^{France} = 0,56$$

$$S_p^{Allemagne} = 0,36$$

$$\beta_2^{France} = 5,36$$

$$\beta_2^{Allemagne} = 3,84$$

10) Calculez et interprétez la médiane de la distribution des salaires en France. Interprétez.

11) La direction vous présente désormais un tableau statistique pour les salariés allemands :

TABLEAU 2. MASSE SALARIALE DES 1000 EMPLOYÉS TRAVAILLANT SUR LES SITES DE PRODUCTION LOCALISÉS EN ALLEMAGNE.

Salaire net annuel (en milliers d'euros)	$f_i$	$n_i x_i$
[0 ; 10[	0,5	25
[10 ; 30[	0,3	60
[30 ; 70[	0,2	100

a. Tracez les courbes de concentration respectives pour les salariés français et allemands. Quelle part de la masse salariale est captée par les 10% de salariés les mieux payés en France et en Allemagne ? Même question pour les 20% de salariés les moins bien payés. Que pouvez-vous conclure quant aux inégalités salariales existantes entre les travailleurs au sein des deux pays ?

b. Calculez les indices de Gini respectifs. Commentez.

# CORRIGÉ : SÉANCE SUPPLÉMENTAIRE

① Nous savons que :

$$\bar{x} = 14000 \quad \text{et que : } n = n_1 + n_2 + n_3$$

$$n = 10 + n_2 + 2$$

$$n_2 = n - 12$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} [n_1 \cdot x_1 + n_2 \cdot x_2 + n_3 \cdot x_3]$$

$$14000 n = 10 \cdot 5 + 20 \cdot (n - 12) + 2 \cdot 50$$

$$14n = 50 + 100 + 20n - 240$$

$$-6n = -90$$

$$n = \frac{90}{6} = 15$$

1500 employés

$$n_2 = 15 - 12 = 3$$

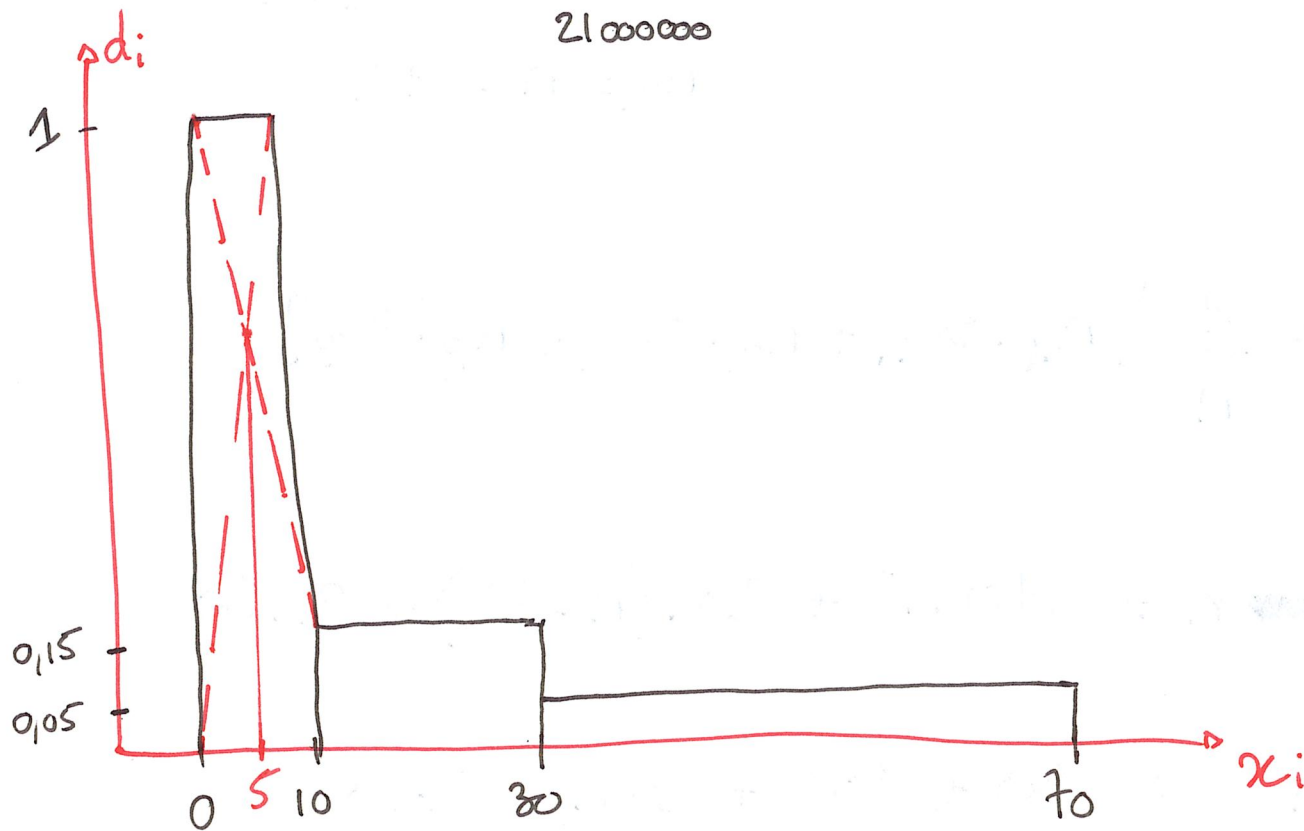
300 employés.

①

2)

$x_i$	$n_i$	$f_i$	$F_i$	$d_i$	$n_i x_i$	$q_i$	$Q_i$	$Q_{i+n}$	$f_i [Q_i + Q_{i+n}]$
$0; 10[$	10	0,67	0	1	50	0,24	0	0,24	0,16
$10; 30[$	3	0,2	0,67	0,15	60	0,28	0,24	0,52	0,15
$30; 70[$	2	0,13	0,87	0,05	100	0,48	0,52	1	0,20
Total	15	1			210	1			0,51

21000000



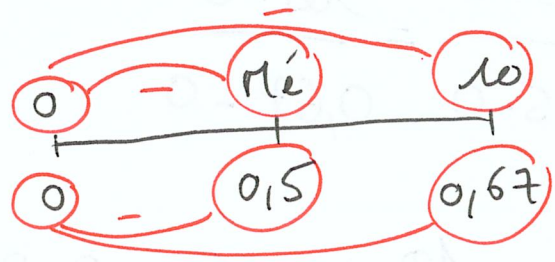
- Mode par la méthode des diagonales  $\rightarrow$  5000 euros -
- Mode par le centre de classe :  $M_0 \in [0; 10[$

$$M_0 = c_{ch} = \frac{10+0}{2} = 5 \rightarrow 5000 \text{ euros.}$$

③ Salaire médian:

$$F(Mé) = 0,5 \rightarrow Mé \in [0; 10[$$

$$\frac{Mé - 0}{0,5 - 0} = \frac{10 - 0}{0,67 - 0}$$

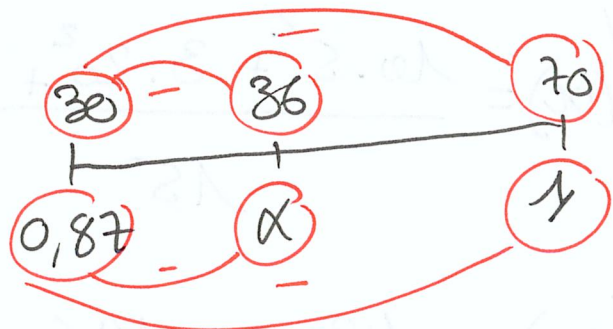


$$Mé = \frac{10}{0,67} \cdot 0,5 = 7,463 \rightarrow 7463 \text{ euros.}$$

④ Nous cherchons la proportion de salariés bénéficiaires d'un salaire d'au moins 36000 euros/an -

$$F(36) = \alpha$$

$\hookrightarrow 36000 \in [30; 70[$



$$\frac{36 - 30}{\alpha - 0,87} = \frac{70 - 30}{1 - 0,87}$$

$$6 = 307,69 \cdot (\alpha - 0,87)$$

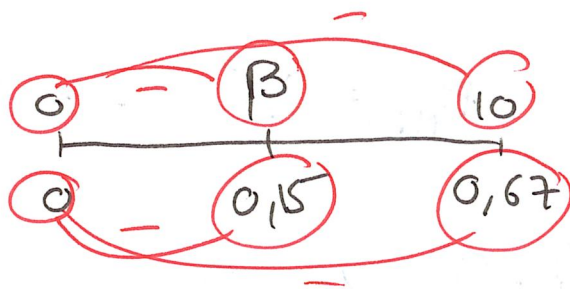
$$0,0195 = \alpha - 0,87 \rightarrow \alpha = 0,89$$

$$1 - \alpha = 0,11 \rightarrow 11\%$$

②  $\rightarrow 0,11 \cdot 1500 = 165 \rightarrow 165 \text{ salariés.}$

5)  $F(\beta) = 0,15 \quad \beta \in [0; 10[$

$$\frac{\beta - 0}{0,15 - 0} = \frac{10 - 0}{0,67 - 0}$$



$$\beta = \frac{10}{0,67} \cdot 0,15 = 2,239 \rightarrow \underline{2239 \text{ euros}}$$

6) • La variance:

$$V(x) = \frac{1}{n} \sum n_i x_i^2 - \bar{x}^2$$

$$V(x) = \frac{10 \cdot 5^2 + 3 \cdot 20^2 + 2 \cdot 50^2}{15} - 14^2$$

$$V(x) = 430 - 196 = 234 \quad (\text{milliers d'euros au carré})$$

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)} = \sqrt{234} = 15,30 \rightarrow \underline{15300 \text{ euros}}$$

(7) Nous aurons que :

$$CV = \frac{\sigma_x}{\bar{x}}$$

FRANCE :

$$\bar{x}_F = 14$$

$$\sqrt{(x)}_F = 234$$

$$\sigma_{x_F} = 15,30$$

$$n_F = 1500$$

ALLEMAGNE :

$$\bar{x}_A = 20$$

$$\sqrt{(x)}_A = 292,5$$

$$\sigma_{x_A} = 17,10$$

$$n_A = 1000$$

$$CV_F > CV_A$$

$$CV_F = \frac{15,30}{14} = 1,09$$

$$CV_A = \frac{17,10}{20} = 0,855$$

(8) (a)  $\bar{x}_G = \frac{1}{n_G} \sum n_i \bar{x}_i$

$$\bar{x}_G = \frac{1500 \cdot 14 + 1000 \cdot 20}{2500} = 16,4 \rightarrow \frac{16400}{1000}$$

(b)  $\sqrt{(x)}_G = \frac{1}{n_G} \sum n_i \sqrt{(x)}_i + \frac{1}{n_G} \sum n_i (\bar{x}_i - \bar{x}_G)^2$

$$\sqrt{(x)} = \frac{1500 \cdot 234 + 1000 \cdot 292,5}{2500} = 257,4$$

(3)

$$\sqrt{\overline{(x)}} = \frac{1500 \cdot (14 - 16,4)^2 + 1000 \cdot (20 - 16,4)^2}{2500}$$

$$= \underline{8,64}$$

$$\sqrt{(x)}_G = 257,4 + 8,64 = 266,04$$

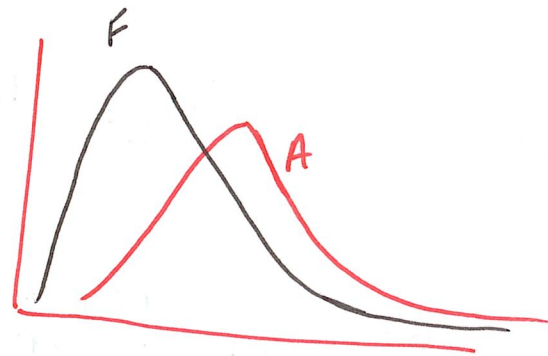
$$\frac{\overline{\sqrt{(x)}}}{\sqrt{(x)}_G} = \frac{257,4}{266,04} = 0,968 \rightarrow 96,8\%$$

$$\frac{\sqrt{\overline{(x)}}}{\sqrt{(x)}_G} = 0,032 \rightarrow 3,2\%$$

g)

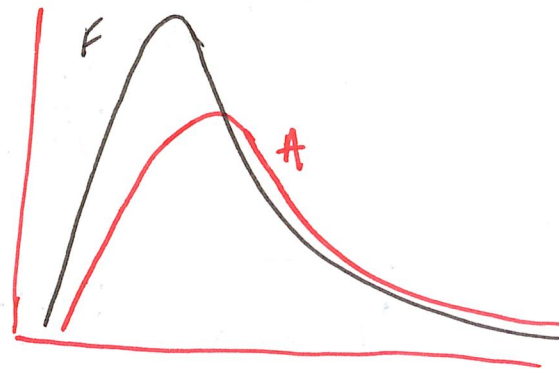
$$S_p = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma_x}$$

$$S_p^F > S_p^A > 0 \rightarrow$$



$$\beta_2 = \frac{M_4}{\sigma_x^4}$$

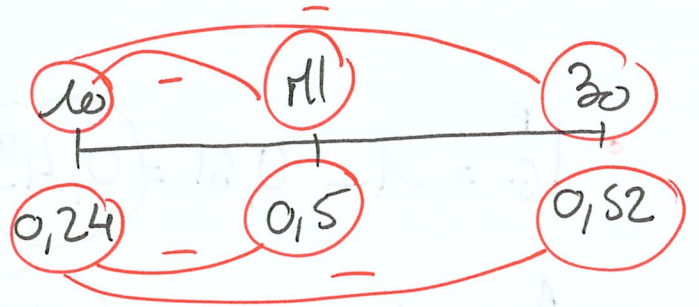
$$\beta_2^F > \beta_2^A > 3 \rightarrow$$





10)  $Q_{(ME)} = 0,5$   $ME \in [10; 30[$

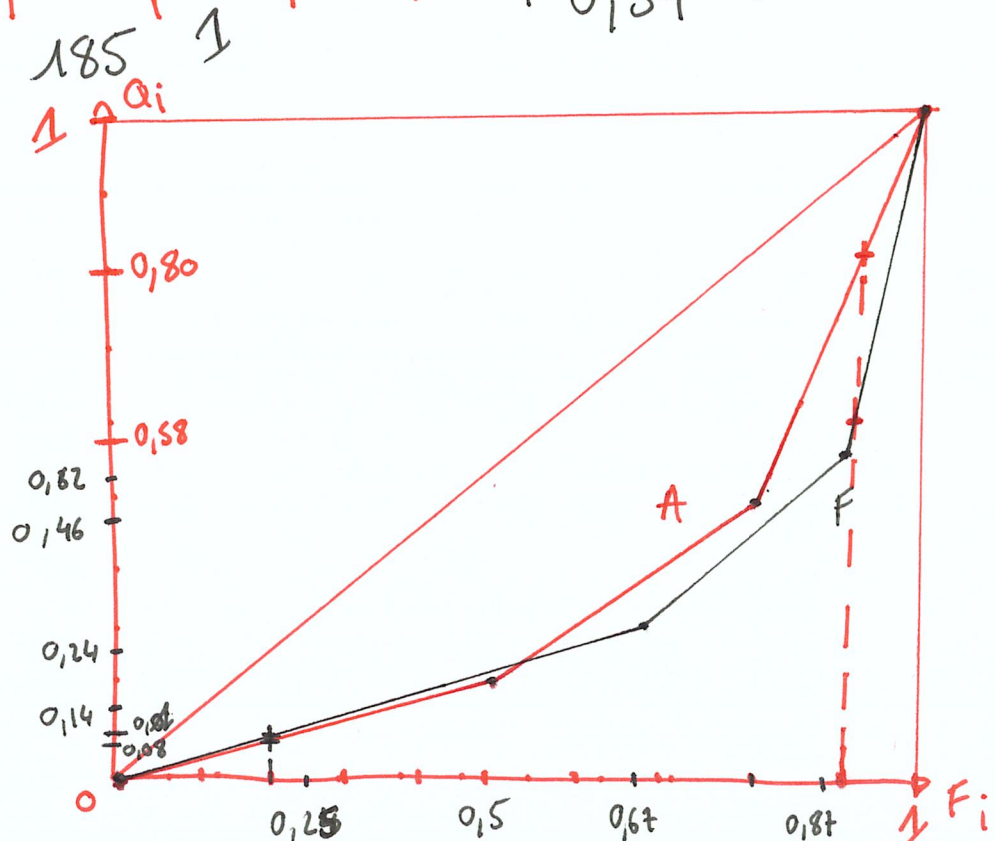
$$\frac{ME - 10}{0,5 - 0,24} = \frac{30 - 10}{0,52 - 0,24}$$



$$ME = \frac{20}{0,28} \cdot 0,26 + 10 = 28,57 \rightarrow \underline{28570 \text{ euros}}$$

11) a) Pour l'Allemagne -

$x_i$	$f_i$	$F_i$	$n_i x_i$	$q_i$	$Q_i$	$Q_{i+n}$	$f_i [Q_i + Q_{i+n}]$
$[0; 10[$	0,5	0	25	0,14	0	0,14	0,07
$[10; 30[$	0,3	0,5	60	0,32	0,14	0,46	0,18
$[30; 100[$	0,2	0,8	100	0,54	0,46	1	0,29
	1		185	1			0,54



4)

$$I_G = 1 - \sum f_i [Q_i + Q_{i+1}]$$

- $I_G^F = 1 - 0,51 = 0,49$

- $I_G^A = 1 - 0,54 = 0,46$